

2 für 1: Subventionieren Fahrgäste der 2. Klasse bei der Deutschen Bahn die 1. Klasse?

Felix Zesch

November 5, 2016

Abstract

Eine kürzlich veröffentlichte These lautet, dass bei der Deutschen Bahn die geringe Auslastung der 1. Klasse auf eine Subvention der 1. Klasse durch Fahrgäste der 2. Klasse hindeute. In diesem Artikel wird eine Ungleichung abgeleitet, die Schranken zur Bestätigung bzw. Falsifizierung der Hypothese für jede Zugfahrt angeben kann. Anhand öffentlich zugänglicher Daten wird beispielhaft für die Strecke Berlin-München festgestellt: Sofern die Betriebskosten pro Sitz in der 1. Klasse mehr als 16% über den Betriebskosten pro Sitz der 2. Klasse liegen, und sofern die auf die 1. Klasse umlegbaren Kosten einer Zugfahrt größer als 32% der auf die 2. Klasse umlegbaren Kosten einer Zugfahrt sind, lässt sich die Hypothese der Subvention für die 1. Klasse aufrechterhalten. Sollten diese Schranken unterschritten werden, lässt sich die Hypothese nicht aufrechterhalten.

1 Einleitung

Im Artikel *”Deutsche Bahn: Finanziert die zweite Klasse die teure erste Klasse mit?”* spekuliert Jost Müller-Neuhof, dass die geringe Auslastung der 1. Klasse auf eine Subvention der 1. Klasse durch Fahrgäste der 2. Klasse hindeute. In diesem Artikel werden anhand dieser Annahme und öffentlich zugänglicher Informationen Bedingungen abgeleitet, unter denen die Subventionshypothese nicht verworfen werden kann. Sollten diese Bedingungen nicht erfüllt sein, lässt sich die Subventionshypothese nicht aufrechterhalten.

2 Mathematische Modellierung

2.1 Variablen

i - Index für die Klasse, $i \in 1, 2$

U_i - Umsatz einer Zugfahrt in der jeweiligen Klasse

K_i - Summe der einer Klasse i zurechenbaren Kosten, wobei $\sum_{i=1}^2 K_i$ die Gesamtkosten einer Zugfahrt sind.

\bar{P}_i - Mittlerer Fahrkartenpreis in der jeweiligen Klasse

N_i - Anzahl der verkauften Fahrkarten

S_i - Sitze je Klasse (1,2) oder insgesamt (T)

μ_i - Auslastung in der jeweiligen Klasse

δ_K - Zuschlagsfaktor Kosten 1. Klasse

δ_P - Zuschlagsfaktor Fahrkartenpreis 1. Klasse

Wir gehen davon aus, dass die Zugfahrten insgesamt nicht defizitär sind. Das bedeutet, dass der erzielte Umsatz in beiden Klassen die Kosten einer Zugfahrt übersteigt.

Es wird angenommen, dass sich die einer Zugfahrt zurechenbaren Kosten auf die 1. und 2. Klasse umlegen lassen, z.B. durch Gemeinkostenzuschläge für Fixkosten. Quersubventionierung durch Verkäufe im Bordrestaurant u.ä. werden nicht betrachtet.

$$U_1 + U_2 \geq K_1 + K_2 \quad (1)$$

Wir nehmen an, dass eine Quersubvention zwischen den Klassen stattfindet: Die 1. Klasse subventioniert die 2. Klasse. Die 2. Klasse arbeitet wirtschaftlich.

$$U_1 < K_1 \quad (2)$$

$$U_2 \geq K_2 \quad (3)$$

Die Motivation für diese Annahme ist mathematischer Natur, da durch die ungleichen Relationszeichen in den Ungleichungen (2) und (3) später eine Überführung beider Ungleichungen in eine Ungleichung (13) möglich wird. Wären die Relationszeichen gleich, wäre die Umformung nicht zulässig.

Daraus lassen sich später Bedingungen ableiten, unter denen diese Subventionierung gilt.

Der Umsatz setzt sich aus dem mittleren Fahrkartenpreis \bar{P} und der Anzahl der verkauften Fahrkarten N zusammen.

$$U_1 = \bar{P}_1 \cdot N_1 \quad (4)$$

$$U_2 = \bar{P}_2 \cdot N_2 \quad (5)$$

Die Anzahl der verkauften Fahrkarten steht im Verhältnis zur Auslastung μ_i und der Kapazität S_i , also der Anzahl verfügbarer Sitze in einem Zug bzw. für eine Klasse i .

$$N_1 = \mu_1 \cdot S_1 \quad (6)$$

$$N_2 = \mu_2 \cdot S_2 \quad (7)$$

Die Gesamtzahl an Sitzen in einem Zug $S_T = S_1 + S_2$ ist bekannt. Daher ergibt sich:

$$S_1 = S_T - S_2 \quad (8)$$

und wir erhalten

$$N_1 = \mu_1 \cdot (S_T - S_2) \quad (9)$$

Das Verhältnis der Fahrkartenpreise in 1. und 2. Klasse $\delta_P = \bar{P}_1/\bar{P}_2$ mit $\delta_P > 1$ wird als Hilfsgröße eingeführt. Es kann später empirisch ermittelt werden. Nach \bar{P}_1 umgestellt ergibt sich:

$$\bar{P}_1 = \delta_P \cdot \bar{P}_2 \quad (10)$$

Da in der ersten Klasse ein aufwändigeres Angebot geleistet wird (z.B. durch kostenlose Tageszeitungen, höhere Beinfreiheit, Getränke am Platz usw.), gibt es ein Kostenverhältnis $\delta_K = K_1/K_2$ mit $\delta_K > 1$. Damit erhalten wir zwei Ungleichungen mit zwei Unbekannten \bar{P}_2 und K_2 .

Wir können also Ungleichung (2) umformen zu:

$$\delta_P \cdot \bar{P}_2 \cdot \mu_1 \cdot (S_T - S_2) < \delta_K \cdot K_2 \quad (11)$$

und für die 2. Klasse ergibt Ungleichung (3):

$$\bar{P}_2 \cdot \mu_2 \cdot S_2 \geq K_2 \quad (12)$$

Durch die Relationsbeziehungen \geq und $<$ lässt sich K_2 eliminieren:

$$\bar{P}_2 \cdot \mu_2 \cdot S_2 \geq \frac{\delta_P \cdot \mu_1 \cdot (S_T - S_2)}{\delta_K} \bar{P}_2 \quad (13)$$

Da $\bar{P}_2 > 0$ erhalten wir nach Division durch \bar{P}_2 :

$$\mu_2 \cdot S_2 \geq \frac{\delta_P \cdot \mu_1 \cdot (S_T - S_2)}{\delta_K} \quad (14)$$

$$\delta_K \cdot \mu_2 \cdot S_2 \geq \delta_P \cdot \mu_1 \cdot (S_T - S_2) \quad (15)$$

Schließlich ergibt sich das Grundmodell, das im nächsten Abschnitt zur Ermittlung von Schranken verwendet wird:

$$\frac{\delta_K}{\delta_P} \geq \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \left(\frac{S_T}{S_2} - 1 \right) \quad (16)$$

3 Ermittlung von Schranken

3.1 Daten

Von den Variablen in Ungleichung (16) sind folgende bekannt:

S_1 - 98 in einem ICE 3

S_2 - 356 in einem ICE 3

S_T - 454 in einem ICE 3

δ_P - Wenn man das Verhältnis der Normalpreise zu Grunde legt ergibt sich z.B. für die Strecke Berlin-München ein Verhältnis von 237/142

μ_1 - 0.39

μ_2 - 0.56

3.2 Kosten pro Klasse

Die einzige Unbekannte ist das Kostenverhältnis δ_K , da die Bahn dazu aus Wettbewerbsgründen keine Angaben machen will. Um einen Wert dafür zu ermitteln, kann die Ungleichung (16) nach δ_K umgestellt werden.

$$\delta_K \geq \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \left(\frac{S_T}{S_2} - 1 \right) \cdot \delta_P \quad (17)$$

$$\delta_K \geq \frac{0.39}{0.56} \cdot \left(\frac{454}{356} - 1 \right) \frac{237}{142} \quad (18)$$

$$\delta_K^* \geq \frac{64701}{202208} = 0.31997 \quad (19)$$

Das bedeutet, dass sofern $K_1 \geq 0.27 \cdot K_2$, also die Summe der Kosten, die der 1. Klasse bei einer Zugfahrt zugerechnet werden können, größer als 27% der Summe der Kosten ist, die bei einer Zugfahrt der zweiten Klasse zugerechnet werden können, die Annahme, dass die Fahrgäste der zweiten Klasse die Fahrgäste der 1. Klasse subventionieren, nicht zu einem Widerspruch führt.

Um diese Größenangabe einschätzen zu können, kann als Vergleichswert der Anteil der Kosten berechnet werden, der anfallen würde, wenn die Kosten pro Sitz in der ersten und zweiten Klasse gleich wären: Das Verhältnis S_1/S_T beträgt in einem ICE 3 $98/454 = 21.59\%$. Würden die Kosten pro Sitz in der 1. und 2. Klasse gleich sein, würde gelten $K_1 = 98/454 \cdot (K_1 + K_2)$. Dies lässt sich umformen zu $(454/98 - 1) \cdot K_1 = K_2$ und schließlich $\frac{K_1}{K_2} = \delta_{\bar{K}} \geq \frac{98}{356} = 0.27528$. Dies entspricht natürlich dem Verhältnis S_1/S_2 .

Die Differenz zwischen δ_{K^*} und $\delta_{\bar{K}}$ beträgt 0.044689. Dieser Unterschied erscheint relativ gering. Es liegt die Vermutung nahe, dass damit kein Widerspruch zur Annahme einer Subvention der ersten Klasse durch die zweite Klasse erzeugt werden kann.

3.3 Kosten pro Sitz

Die Gesamtkosten in den beiden Klassen lassen sich linearisieren, wobei C_i den Kostensatz pro Sitz angibt.

$$\delta_K = \frac{K_1}{K_2} = \frac{S_1 \cdot C_1}{S_2 \cdot C_2} \quad (20)$$

Mit der bekannten Beziehung zwischen Sitzen je Klasse $S_T = S_1 + S_2$ ergibt sich dann:

$$\delta_K = \frac{(S_T - S_2) \cdot C_1}{S_2 \cdot C_2} = \left(\frac{S_T}{S_2} - 1 \right) \frac{C_1}{C_2} \quad (21)$$

Wenn dies in die linke Seite von Ungleichung (17) eingesetzt wird, ergibt sich:

$$\left(\frac{S_T}{S_2} - 1 \right) \frac{C_1}{C_2} \geq \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \left(\frac{S_T}{S_2} - 1 \right) \cdot \delta_P \quad (22)$$

$$\frac{C_1}{C_2} \geq \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \delta_P \quad (23)$$

Und nach Einsetzen der Zahlen aus 3.1:

$$\frac{C_1}{C_2} \geq 1.16 \quad (24)$$

Sofern die Betriebskosten je Sitz in der 1. Klasse um mehr als 16% über denen der 2. Klasse liegen, liegt kein Widerspruch zur These der Subventionierung vor.

3.4 Qualitative Betrachtung

Außerdem ist mit $\delta_P = \bar{P}_1/\bar{P}_2$ und Ungleichung (23) eine qualitative Betrachtung möglich:

$$\frac{\overbrace{C_1}^{>1}}{C_2} \geq \frac{\overbrace{\bar{P}_1}^{>1}}{\bar{P}_2} \cdot \frac{\overbrace{\mu_1}^{<1}}{\mu_2} \quad (25)$$

Die Quotienten aus Betriebskosten pro Sitz und durchschnittlichem Fahrkartenspreis sind jeweils größer als eins, während das Verhältnis der Auslastungen kleiner als 1 ist.

Wenn die Auslastung der zweiten Klasse μ_2 sehr stark sinkt, ist anzunehmen, dass die Ungleichung nicht mehr erfüllt ist, und damit die These der Subventionierung nicht mehr aufrecht erhalten kann. Dies entspricht dem realen Umstand, dass bei einem Einbruch der Fahrgastzahlen in der zweiten Klasse keine Subvention der ersten Klasse mehr möglich ist.

Analog ist die These der Subvention nicht mehr haltbar, wenn die Auslastung der ersten Klasse μ_1 stark steigt. Dies entspricht dem realen Umstand, dass bei einer hohen Auslastung der höherpreisigen ersten Klasse keine Subvention mehr nötig ist, da die Annahme des Defizits in Ungleichung (2) nicht mehr erfüllt ist.

3.4.1 Fahrpreisgestaltung

Es lassen sich noch Überlegungen zum sich aus dem Verhältnis von Betriebskosten pro Sitz C_i und Fahrkartenpreis \bar{P}_i anstellen. Sollte der durchschnittliche Preis aller verkauften Fahrkarten in der 1. Klasse \bar{P}_1 unter den Betriebskosten pro Sitz liegen, ist offensichtlich von einer Subventionierung auszugehen, sofern die Zugfahrt insgesamt profitabel ist: Da für die rechte Seite von Ungleichung (26) $\mu_1/\mu_2 < 1$ gilt, ist die Ungleichung erfüllt, sofern die 1. Klasse defizitär ist, also $C_1 > \bar{P}_1$ und die 2. Klasse mit Gewinn arbeitet, also $C_2 > \bar{P}_2$. Dann ist der Zähler der linken Seite größer eins und der Nenner kleiner eins, so dass die linke Seite von Ungleichung (26) größer eins und die rechte Seite kleiner eins ist. In diesem Fall ist Ungleichung (26) in jedem Fall erfüllt und es lässt sich für diese Ungleichung kein Widerspruch konstruieren.

$$\frac{\overbrace{\frac{C_1}{\bar{P}_1}}^{> 1 \text{ bei Defizit}}}{\underbrace{\frac{C_2}{\bar{P}_2}}_{< 1}} \geq \frac{\overbrace{\frac{\mu_1}{\mu_2}}^{< 1}}{\mu_2} \quad (26)$$

4 Ergebnis

Aus dem oben genannten erfolgt, dass

- sofern die Betriebskosten pro Sitz in der 1. Klasse mehr als 16% über den Betriebskosten pro Sitz der 2. Klasse liegen,
- sofern die auf die 1. Klasse umlegbaren Kosten einer Zugfahrt größer als 31% der auf die 2. Klasse umlegbaren Kosten einer Zugfahrt sind

die Aussage, dass die Fahrgäste der zweiten Klasse die Fahrgäste der 1. Klasse subventionieren, *nicht* zu einem Widerspruch führt.

Wie zulässig diese Bedingungen sind, kann eine differenzierte, auf Realdaten basierende, quantitative Betrachtung der Kostenseite zeigen.

4.1 Einschränkungen und Ausblick

Es sind viele Erweiterungen des vorgestellten Ansatzes möglich. Zwei seien hier angeführt.

4.1.1 Mehr Fahrten, mehr Daten

Denkbar ist eine differenziertere Abbildung der Kostenstruktur für Zugfahrten, die Fixkosten und variable Kosten unterscheidet.

4.1.2 Schätzer für das Verhältnis der Fahrkartenpreise

Um mit dem vorgestellten Modell auf numerischem Wege zu einer verlässlicheren Aussage bezüglich der Schranken zu kommen, ist eine Betrachtung weiterer Strecken sinnvoll. Für die Abschätzung des Verhältnisses δ_P ist zudem zu prüfen, ob das Verhältnis der Normalpreise wirklich eine gute Näherung darstellt. Denkbar ist, dass in der 2. Klasse tendenziell mehr Sparpreise gekauft werden als in der 1. Damit würde man das Verhältnis mit der Normalpreisenäherung unterschätzen. Dies bedeutet, dass δ_P real größer ist und laut Ungleichung (16) die untere Schranke damit größer wird. Wenn die untere Schranke für das Verhältnis der Kosten steigt, gibt es weniger Fälle, in denen ein solches Verhältnis auch beobachtet werden kann und die Subventionshypothese aufrecht erhalten kann.